

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑΜάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΙΛΟΓΗΣΒαθμός:Ημερομηνία: 26/03/2018Χρόνος: 80 λεπτάΤμήμα:Καθηγητής: Χριστοδούλου ΧΌνομα:**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

1. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

α) $\int (e^{4x-3} + \frac{2x}{x^2+5}) dx$

β) $\int \varepsilon \varphi^4 x dx$

γ) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+8}}$, $x = 3 + \varepsilon \mu \theta$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ για $x > 4$

δ) $\int_1^{e^3} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$, $\sqrt{1+\ln x} = u$

(4+4+6+6=20)

2. Αν $\int_1^5 f(x) dx = -1$ και $\int_3^5 f(x) dx = 3$ να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

α) $\int_5^3 f(x) dx$ και β) $\int_1^3 f(x) dx$

(3+4=7)

3. Δίνεται η καμπύλη $\psi^2 = 4x$ και το σημείο της $P(1,2)$. Η εφαπτόμενη στο P τέμνει τον $\psi\psi'$ στο A .α) Να βρείτε το εμβαδόν του μικτόγραμμου χωρίου OAP , (όπου O η αρχή των αξόνων).β) Να βρείτε τον όγκο που θα παραχθεί αν το μικτόγραμμο χωρίο OAP περιστραφεί μια πλήρη στροφή γύρω από τον $o\psi$.

(6+6=12)

4. Η συνάρτηση f'' είναι συνεχής στο $[0, \frac{\pi}{2}]$ και $f'(0) = -3$. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f'(x)\eta\mu x - f''(x)\sigma\upsilon\nu x) dx.$$

(8)

5. Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του χωρίου

που περικλείεται από την παραβολή $\psi = 5 - x^2$ και την ευθεία $\psi = 4$ όταν ο άξοναςπεριστροφής είναι: α) ο $\chi\chi'$ β) η ευθεία $\psi = 4$

(2X7=14)

6. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f στο $[\alpha, \beta]$ για την οποία ισχύει $f(\alpha + \beta - \chi) = f(\chi)$ για κάθε $\chi \in [\alpha, \beta]$.

α) Με την χρήση της αντικατάστασης $u = \alpha + \beta - \chi$ να δείξετε ότι $\int_{\alpha}^{\beta} \chi f(\chi) d\chi = \frac{\alpha + \beta}{2} \int_{\alpha}^{\beta} f(\chi) d\chi$.

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $I = \int_0^{\pi} \frac{\chi \eta \mu \chi}{3 + \sigma \nu \nu^2 \chi} d\chi$.

(2X6=12)

7. Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(1) = \frac{1}{e}$ και $f(\chi) = \chi^2 f'(\chi)$

α) Να βρείτε τον τύπο της f .

β) Αν $f(\chi) = e^{-\frac{1}{\chi}}$ να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από την γραφική

παράσταση της $g(\chi) = \frac{f(\chi)}{\chi^2}$, $\chi \neq 0$ τον άξονα $\chi\chi'$ και τις ευθείες $\chi = 1$, $\chi = e$.

(2X6=12)

8. Αν $I_n = \int_0^{\pi} \chi^n \eta \mu \chi d\chi$, $n \in \mathbb{N}$ να δείξετε ότι $I_n = \pi^n - n(n-1) \cdot I_{n-2}$, $n \geq 2$.

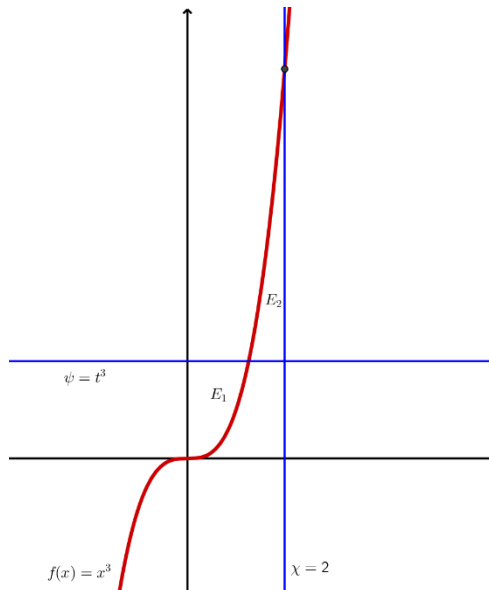
Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^{\pi} \chi^4 \eta \mu \chi d\chi$.

(5+3=8)

9. Αν E_1 είναι το εμβαδό μεταξύ της $f(\chi) = \chi^3$ του $\psi\psi'$ και της ευθείας $\psi = t^3$, $t \in (0,2)$ και E_2 το εμβαδό μεταξύ της $f(\chi) = \chi^3$ και των ευθειών $\chi = 2$ και $\psi = t^3$

α) Να δείξετε ότι: $E_1 + E_2 = \frac{3}{2}t^4 - 2t^3 + 4$

β) Αν $E(t) = E_1 + E_2$ να βρείτε για ποια τιμή του $t \in (0,2)$ το $E(t)$ γίνεται ελάχιστο και ποια είναι η ελάχιστη τιμή.



(8+4=12)